

5 класс

Максимальное количество баллов за выполнение всех заданий – 27

№1. (3 балла)

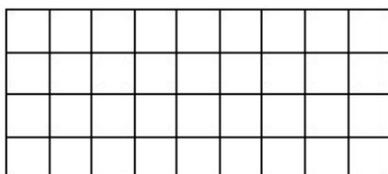
У рассеянной хозяйки есть три ящика для рассады с надписью "Огурцы", "Цветы" и "Ромашки". Она посадила семена ромашек, огурцов и колокольчиков в эти ящики так, что все надписи оказались неверными. Что вырастет в ящике с надписью "Ромашки"?

№2. (5 баллов)

Волк, Ёж, Чиж и Бобёр делили апельсин. Ежу досталось вдвое больше долек, чем Чижу, Чижу — впятеро меньше, чем Бобру, а Бобру — на 8 долек больше, чем Чижу. Найдите, сколько долек было в апельсине, если Волку досталась только кожура.

№3. (5 баллов)

Разрежьте прямоугольник размером 4×9 на две части с таким расчетом, чтобы в результате из них можно было сложить квадрат.



№4. (7 баллов)

У моего друга трое часов в квартире:

- аналоговые (со стрелками) механические часы, которые всегда показывают правильное время;
- аналоговые электрические часы;
- электрические цифровые часы.

Когда нет света в квартире, аналоговые электрические часы останавливаются. Но когда электричество возвращается, эти часы начинают отсчитывать время от той точки, когда они остановились.

Экран цифровых электрических часов, когда нет света, гаснет. Однако, когда электричество возвращается, экран начинает мигать, часы начинают отсчет времени с 12:00.

Однажды утром мой друг ушел на работу, когда все его часы показывали **6:30**. Возвратившись вечером домой, он обнаружил:

- его механические часы показывают **8:21**;
- аналоговые электрические часы показывают **7:50**;
- цифровые электрические показывают **6:03**, мигая.

Предположим, что был только один перерыв в подаче энергии, когда он начался и когда закончился?

№5. (7 баллов)

Белоснежка вошла в комнату, где вокруг круглого стола стояло 30 стульев. На некоторых из стульев сидели гномы. Оказалось, что Белоснежка не может сесть так, чтобы рядом с ней никто не сидел. Какое наименьшее число гномов могло быть за столом?

6 класс

Максимальное количество баллов за выполнение всех заданий – 28

№1. (5 баллов)

Найти все такие натуральные числа, которые увеличиваются в 9 раз, если между цифрой единиц и цифрой десятков вставить нуль.

(Напишите решение задачи, а не только ответ).

№2. (5 баллов)

Папа, Маша и Яша идут в школу. Пока папа делает 3 шага, Маша делает 5 шагов. Пока Маша делает 3 шага, Яша делает 5 шагов. Маша и Яша посчитали, что вместе они сделали 400 шагов. Сколько шагов сделал папа?

(Напишите решение задачи, а не только ответ).

№3. (5 баллов)

Витя выполняет вычитание двух чисел в столбик. Первое четырехзначное число начинается с цифры 6, второе число получится, если цифру 6 переставить в конец числа. Одно число больше второго на 1152. Найдите исходное число.

№4. (6 баллов)

Первый вторник месяца Митя провёл в Смоленске, а первый вторник после первого понедельника — в Вологде. В следующем месяце Митя первый вторник провёл в Пскове, а первый вторник после первого понедельника — во Владимире. Сможете ли вы определить, какого числа и какого месяца Митя был в каждом из городов?

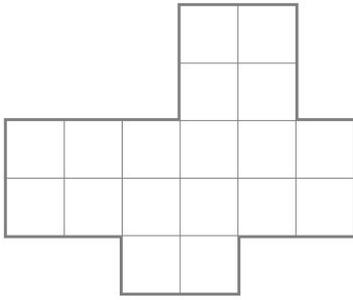
№5. (7 баллов)

За круглым столом сидели 8 человек, каждый из которых либо рыцарь, либо лжец (рыцари всегда говорят правду, лжецы всегда лгут). Каждый из них сказал: «Мои соседи – лжец и рыцарь». Сколько лжецов сидело за столом?

Максимальное количество баллов за выполнение всех заданий – 24

№1. (3 балла)

Разрежьте данную фигуру по границам клеток на три равные части.

**№2. (4 балла)**

Теплоход проходит путь от А до В по течению за 3 часа, а возвращается обратно за 4 часа. За какое время путь от А до В преодолевает плот?

№3. (5 баллов)

У Йозефа 100 мышей, некоторые из них белые, некоторые – серые. Известно, что хотя бы одна мышь серая, а из двух мышей хотя бы одна – белая. Сколько серых мышей и Йозефа?

№4. (5 баллов)

Отец и сын решили перемерить шагами расстояние между двумя деревьями, для чего отошли одновременно от одного и того же дерева. Длина шага отца – 70 см, сына – 56 см. Найдите расстояние между этими деревьями, если известно, что следы их совпали 10 раз.

№5. (7 баллов)

Найти сумму $\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{2006 \cdot 2007}$.

№1. (3 балла)

В школе 30 классов и 1000 учащихся. Докажите, что есть класс, в котором не менее 34 учеников.

№2. (4 балла)

В магазине одежды проводилась распродажа. Костюмы продавались со скидкой 20%, плащи – со скидкой 40%. Покупатель купил костюм и плащ за 9180 рублей в сумме, заплатив на 32% меньше их суммарной первоначальной цены. Найдите первоначальные цены костюма и плаща.

№3. (5 баллов)

Построить график функции $\frac{1}{x-1} + \frac{y+x}{x+2} = 1 + \frac{1}{x-1}$.

№4. (7 баллов)

Треугольник ABC равнобедренный: $AB = BC = 1$, $\angle ABC = 36^\circ$.
пересекаются в точке O . Найдите периметр треугольника AMO .

Биссектрисы AK и CM

№5. (7 баллов)

Решить в натуральных числах уравнение $2xy = x^2 + 2y$.

№1. (7 баллов)

Постройте график функции: $y(x) = \sqrt{(x+1)^2} - \sqrt{(x-1)^2}$.

№2. (7 баллов)

В параллелограмме $ABCD$ биссектриса угла D пересекает сторону AB в точке K и прямую BC в точке P . Найдите периметр треугольника CDP , если $AK = 12$, $BK = 9$, $PK = 15$.

№3. (7 баллов)

Расстояние между пунктами A и B – 60 км. Из A в B выходит автомобиль, а из B в том же направлении одновременно с первым автомобилем выходит второй. Если скорость первого автомобиля увеличить на 10 км/ч, а второго – на 8 км/ч, то первый автомобиль догонит второй в том же месте, но на час раньше. Какова скорость каждого автомобиля?

№4. (7 баллов)

Сравните числа a и b , если $5(a-1) = a^2 + b$.

№5. (7 баллов)

Назовем натуральное число «симпатичным», если в его записи встречаются только нечетные цифры. Сколько существует 4-значных «симпатичных» чисел?

№1. (4 балла)

Найдите значение a , при котором минимальное расстояние между корнями уравнения $x^2 + (a - 34)x - 35a - 36 = 0$.

№2. (5 баллов)

Решить уравнение $x^2 + 1 = 5y$ в целых числах.

№3. (6 баллов)

В равнобедренный треугольник ABC вписана окружность. Параллельно его основанию AC проведена касательная к окружности, пересекающая боковые стороны в точках D и E . Найдите радиус окружности, если $DE = 8$, $AC = 18$.

№4. (7 баллов)

Решите уравнение: $x\sqrt{1-y^2} + y\sqrt{2-z^2} + z\sqrt{3-x^2} = 3$.

№5. (7 баллов)

Сколько различных пар можно образовать из 28 костей домино так, чтобы кости, входящие в пару, можно было приложить друг к другу? (Кости можно приложить друг к другу, если какое – то число очков встречается на обеих костях).

№1. (5 баллов)

Участники кружка решили для одной игры написать номера из цифр трех цветов. На первом месте пишут три цифры красного цвета, на втором – две цифры желтого цвета и на третьем месте пишут 4 цифры зеленого цвета. Сколько всего можно написать различных номеров, если красным цветом можно написать цифры 1,2,3,4,6; желтым - 0,2,5,7; зеленым – 1,3,5,6,7,8,9? (Ответ можно оставить в общем виде)

№2. (5 баллов)

Решить систему уравнений
$$\begin{cases} 10x^2 + 5y^2 - 2xy - 38x - 6y + 41 = 0, \\ 3x^2 - 2y^2 + 5xy - 17x - 6y + 20 = 0. \end{cases}$$

№3. (7 баллов)

В контейнер упакованы комплектующие изделия трех типов. Стоимость и вес одного изделия составляют 400 тыс. руб. и 12 кг для первого типа, 500 тыс. руб. и 16 кг для второго типа, 600 тыс. руб. и 15 кг для третьего типа. Общий вес комплектующих равен 326 кг. Определить минимальную и максимальную возможную суммарную стоимость находящихся в контейнере комплектующих изделий.

№4. (7 баллов)

Доказать, что $4 \sin 3\alpha + 5 \geq 4 \cos 2\alpha + 5 \sin \alpha \quad (\forall \alpha \in \mathbf{R})$.

№5. (7 баллов)

Все грани призмы $ABCDA_1B_1C_1D_1$ – равные ромбы со стороной равной 2. Углы BAD , BAA_1 и DAA_1 равны 60° каждый. Найдите расстояние от точки A до плоскости BDD_1 .